

SIMPLIFICACION DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y OPERACIONES.

Fracción Algebraica: es el cociente indicado de dos expresiones algebraicas, siempre que la expresión del divisor sea distinta de cero.

En álgebra, no siempre es posible la división exacta de expresiones algebraicas. En estos casos los cocientes quedan indicados.

Ejemplos:

$$\frac{2xy^2}{3z} \cdot \frac{5x+3}{x^2+1}$$

Reducción o Simplificación de expresiones con fracciones Algebraicas

Simplificar una fracción es transformarla en otra equivalente cuyos términos (numerador y denominador) sean grados inferiores de la primera fracción.

- ❖ Para simplificar una fracción en la que tanto el numerador como el denominador, son **monomios**, se simplifican, de ser posible, los coeficientes numéricos entre sí, y para la parte literal se aplica la propiedad del cociente de potencias de bases iguales (es decir, se restan los exponentes de bases iguales y el resultado se coloca en el término de la fracción, numerador o denominador, donde está el mayor exponente)

Ejemplos:

$$\checkmark \frac{2y^2}{5xy} = \frac{2y}{5x}$$

(se simplifica la variable "y")

$$\checkmark \frac{7x^5}{14x^3} = \frac{x^2}{2}$$

(se simplifican los coeficientes y la variable "x")

$$\checkmark \frac{18a^2bc^7}{12a^5bc^3} = \frac{3c^4}{2a^3}$$

(se simplifican los coeficientes y las variables "a", "b", "c")

- ❖ Para simplificar una fracción en la que algunos de los términos es un **polinomio**, primero se factoriza completamente y luego, se dividen entre sí, los factores que tengan en común el numerador y el denominador.

Ejemplos:

$$\checkmark \frac{x^2+3x}{x^2} = \frac{x(x+3)}{x^2} = \frac{x+3}{x}$$

N: Factor Común Monomio

$$\checkmark \frac{x^2+5x+4}{x^2+x} = \frac{(x+4)(\cancel{x+1})}{x(\cancel{x+1})} = \frac{x+4}{x}$$

N: Trinomio $x^2 + bx + c$, **D:** F. C. Monomio

$$\checkmark \frac{x-y}{x^2-y^2} = \frac{\cancel{x-y}}{(x+y)(\cancel{x-y})} = \frac{1}{x+y}$$

D: Diferencia de Cuadrados Perfectos

Multiplicación y División de Fracciones Algebraicas

Las operaciones entre fracciones algebraicas se realizan siguiendo procedimientos análogos a los utilizados para realizar operaciones entre fracciones numéricas.

Para **multiplicar** fracciones se factoriza, de ser posible, los numeradores y denominadores de todas las fracciones a multiplicar y se simplifican los factores comunes, luego procede a multiplicar las fracciones resultantes.

Ejemplos:

$$\checkmark \frac{5x^3}{3x} \cdot \frac{9}{10x^2} = \frac{3x}{2x} = \frac{3}{2} \quad (\text{se simplifican los coeficientes y la variable "x"})$$

$$\checkmark \frac{3x^2+2xy}{9x^2-4y^2} \cdot \frac{15x-10y}{2x} = \frac{x(3x+2y)}{(3x+2y)(3x-2y)} \cdot \frac{5(3x-2y)}{2x} = \frac{5}{2} \quad \left(\begin{array}{l} \text{F. C. Monomio} \\ \text{Dif. de Cuadrados Perfectos} \end{array} \right)$$

$$\checkmark \frac{x^2+8x+15}{x^2-25} \cdot \frac{2x+10}{3x+9} = \frac{(x+5)(x+3)}{(x+5)(x-5)} \cdot \frac{2(x+5)}{3(x+3)} = \frac{2(x+5)}{3(x-5)} \quad \left(\begin{array}{l} a^2+bx+c / \text{ F. C. Monomio} \\ \text{Dif. de Cuadrados Perfectos} / \text{ F. C. Monomio} \end{array} \right)$$

Para **dividir**, se aplica la regla de división de fracciones numéricas, se transforma en una multiplicación del dividendo por el inverso del divisor y luego, se simplifican los factores comunes y se multiplican las fracciones resultantes.

Ejemplos:

$$\checkmark \frac{x^3-121x}{x^2-49} \div \frac{x^2-11x}{x+7} = \frac{x^3-121x}{x^2-49} \cdot \frac{x+7}{x^2-11x} \quad (\text{se transforma a multiplicación})$$

$$= \frac{x(x^2-121)}{(x+7)(x-7)} \cdot \frac{x+7}{x(x-11)} \quad \left(\begin{array}{l} \text{F. C. Monomio} \\ \text{Dif. de Cuadrados Perfectos} / \text{ F. C. Monomio} \end{array} \right)$$

$$= \frac{x(x+11)(x-11)}{(x+7)(x-7)} \cdot \frac{x+7}{x(x-11)} \quad (\text{se simplifica})$$

$$= \frac{x+11}{x-7}$$

$$\checkmark \frac{3a^2+3a}{a^2-9} \div \frac{6a^2+6a}{a^2-6a+9} = \frac{3a^2+3a}{a^2-9} \cdot \frac{a^2-6a+9}{6a^2+6a} \quad (\text{se transforma a multiplicación})$$

$$= \frac{3a(a+1)}{(a+3)(a-3)} \cdot \frac{(a-3)^2}{6a(a+1)} \quad (\text{se factorizan N / D, y simplificar})$$

$$= \frac{a-3}{2(a+3)}$$

PRÁCTICA #14

Simplifique las siguientes expresiones con fracciones algebraicas.

1) $\frac{12a^2b^3}{60a^3b^5x^6}$

2) $\frac{75a^7m^5}{100a^3m^{12}n^3}$

3) $\frac{12x^3y^4z^5}{32xy^2z}$

4) $\frac{15a^2bn-45a^2bm}{10a^2b^2n-30a^2b^2m}$

5) $\frac{a^2-4ab+4b^2}{a^3-8b^3}$

6) $\frac{x^3+4x^2-21x}{x^3-9x}$

7) $\frac{a^3+1}{a^4-a^3+a-1}$

8) $\frac{3x^2-4x-15}{x^2-5x+6}$

9) $\frac{3an-4a-6bn+8b}{6n^2-5n-4}$

10) $\frac{7a}{6m^2} \cdot \frac{3m}{10n^2} \cdot \frac{5n^4}{14ax}$

11) $\frac{x^2y}{5} \cdot \frac{10a^3}{3m^2} \cdot \frac{9m}{n^3}$

12) $\frac{5x^2}{7y^3} \cdot \frac{4y^2}{7m^3} \cdot \frac{14m}{5x^4}$

13) $\frac{x^2y^3}{a^{15}b^{20}} \div \frac{x^{10}y^5}{a^8b^{12}}$

14) $\frac{35a^3}{18ab^3} \div \frac{14ab^2}{9b^3}$

15) $\frac{a^5b^8c^7}{a^4b^6c^{10}} \div \frac{a^6b^8c^9}{a^3b^2c^5}$

16) $\frac{24ab^3x^2y}{54a^3bxy^4} \div \frac{9y^3}{x^3}$

17) $\frac{x^2-x-2}{x^2-2x-3} \cdot \frac{x^2-9}{x^2+x-6}$

18) $\frac{a^2-4a+4}{a^2+a-6} \cdot \frac{4a^2-4a+1}{2a^2-5a+2}$

19) $\frac{x^3-3x}{x^4+x^3+x^2} \cdot \frac{x^3-1}{x^2-1}$

20) $\frac{x^2-6x}{x^3+3x^2} \cdot \frac{x+9}{x^2+3x-54}$

21) $\frac{3x^2-2x-1}{9x^3-x} \cdot \frac{3x^2+11x-4}{x^2+3x-4}$

22) $\frac{m^2-6m-16}{m^2-10m-24} \div \frac{m^2+m-6}{m^2+m-12}$

23) $\frac{x+3}{x^2-4x+3} \div \frac{x^2-4}{x^3-x^2+3x-3}$

24) $\frac{x^4-y^4}{x^2+y^2} \div \frac{x^2-y^2}{x+y}$

25) $\frac{20x^2-30x}{15x^3+15x^2} \div \frac{4x-6}{x+1}$

26) $\frac{8x^2+26x+15}{16x^2-9} \div \frac{6x^2+13x-5}{9x^2-1}$

27) $\frac{x^3-121x}{x^2-49} \div \frac{x^2-11x}{x+7}$

28) $\frac{a^4-1}{a^3+a^2} \div \frac{a^4+4a^2+3}{3a^3+9a}$

29) $\frac{x^3+125}{x^2-64} \div \frac{x^3-5x^2+25x}{x^2+x-56}$

30) $\frac{a^2-6a}{a^3+3a^2} \div \frac{a^2+3a-54}{a^2+9a}$

“En la vida real, te lo aseguro, no hay algo como el álgebra”. Fran Lebowitz