6. TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

Se le llama trinomio cuadrado perfecto al que resulta de elevar un binomio al cuadrado; para verificarlo, primero se ordena en forma descendente respecto a una variable, luego se comprueba que el doble producto de las raíces de los términos extremos sea igual que el término central del trinomio, los primeros y terceros términos son siempre positivos. Este es otro caso de factorización que su solución es un producto notable, donde siempre el trinomio cuadrado perfecto es igual al cuadrado de un binomio. (**ver páginas 1 y 2**).

FACTORIZACIÓN

$$\mathbf{x^2 \pm 2xy + y^2 \quad = \quad (x \pm y)^2}$$

PRODUCTO NOTABLE

REGLA:
Se extrae la raíz cuadrada al primer y tercer término del trinomio, se verifica que el doble producto de ellas sean igual al termino del medio de dicho trinomio. Luego se separan estas raíces por el signo del segundo término del trinomio dado; el binomio así formado, que es la raíz cuadrada del trinomio se eleva al cuadrado.

Ejemplos:

Descomponer en dos factores:

✓ $a^2 + 10a + 25 = \mathbf{(a + 5)^2}$

__3.__ Separar las raíces cuadradas por el signo del segundo término del trinomio dado y se eleva al cuadrado.

a **5**

__1.__ Se extraen las raíces cuadradas al primer y tercer término del trinomio dado.

$2(a)(5) = \mathbf{10a}$

__2.__ Se verifica que el doble producto de las raíces cuadradas sea igual al segundo término del trinomio a factorizar.

✓ $9x^4 - 30x^2y^3 + 25y^6 = \mathbf{(3x^2 - 5y^3)^2}$ *Restar raíces cuadradas y elevar al cuadrado.*

$\mathbf{3x^2}$ $\mathbf{5y^3}$ *Extrayendo raíces cuadradas a los extremos.*

$2(3x^2)(5y^3) = \mathbf{30x^2y^3}$ *Verificando el doble producto de las raíces cuadradas de los extremos.*

Ahora intenta resolver estos ejercicios:

$a^8 - 8a^4 + 16 = (\_\_ \square \_\_)^{\square}$

$\downarrow \qquad \downarrow$

$\_\_\_ \qquad \_\_\_$

Verificar… 2(   )(   ) = _____

$4x^{12} + 36x^6y^2 + 81y^4 = (\_\_ \square \_\_)^{\square}$

$\downarrow \qquad \downarrow$

$\_\_\_ \qquad \_\_\_$

Verificar… 2(   )(   ) = _____

7. TRINOMIO DE LA FORMA: $x^2 + bx + c$

Este tipo de trinomio tiene las siguientes características:

- El primer término es positivo y elevado al cuadrado, con coeficiente 1. (x^2)
- El segundo término tiene la misma letra que el primer término pero con exponente uno, puede ser positivo o negativo. (bx)
- El tercer término es independiente de la letra que aparece en los otros dos, puede ser positivo o negativo. (c)

Ejemplos:

Descomponer en dos factores:

Paso a Paso

✓ $x^2 - 16x + 63$

$$\mathbf{x^2 - 16x + 63 = (x \qquad)(x \qquad)}$$

$\downarrow$ **x**

*El trinomio se descompone en dos factores binomios cuyo **primer término** de cada factor es la **raíz cuadrada** del primer término del trinomio.*

$$\mathbf{x^2 - 16x + 63} = (x\ - \qquad)(x\ - \qquad)$$

por

*En el **primer factor**, el signo del segundo término es el mismo que lleva el segundo término del trinomio dado.*
*En el **segundo factor**, el signo del segundo término es el resultado de multiplicar el signo del segundo término por el signo del tercer término del trinomio dado.*

$$\mathbf{x^2 - 16x + 63 = (x - \qquad)(x - \qquad)}$$

$$\begin{array}{r|l}
\mathbf{63} & 3 \\
21 & 3 \\
7 & 7 \\
1 &
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
\mathbf{9} \\
\mathbf{7}
\end{array}$$

*Si los dos binomios tienen el **mismo signo**, se buscan dos números que **sumados** den el valor absoluto del coeficiente del segundo término y que **multiplicados** den el valor absoluto del tercer término del trinomio dado, respectivamente; para eso **descomponemos en factores** el término independiente del trinomio (63).*

$$\mathbf{x^2 - 16x + 63 = (x - 9)(x - 7)}$$

*Los dos números encontrados (9 y 7) que cumplen con las condiciones arriba mencionadas, son los **segundos términos** de los binomios buscados.*

✓ $x^2 + 8x - 180 = (x + 18)(x - 10)$

*** Si los dos binomios tienen **diferente signo**, se buscan dos números que **restados** den el valor absoluto del coeficiente del segundo término y que **multiplicados** den el valor absoluto del tercer término del trinomio dado, respectivamente; para eso **descomponemos en factores** el término independiente del trinomio (180). El **mayor** de estos números **se coloca** en el **primer paréntesis** y el menor en el segundo*

180	2		10
90	2	18	
45	3		
15	3		
5	5		
1			

Ahora intenta resolver estos ejercicios:

✓ $a^2 - 13a + 40 = (\_\_\_ \square \_\_\_)(\_\_\_ \square \_\_\_)$

40

✓ $y^2 + 6y - 216 = (\_\_\_ \square \_\_\_)(\_\_\_ \square \_\_\_)$

216

✓ $x^2 - 28x - 29 = (\_\_\_ \square \_\_\_)(\_\_\_ \square \_\_\_)$

29

PRÁCTICA #11

Factorizar o descomponer en factores los siguientes polinomios:

1. $x^2 + 4x - 32$
2. $25x^4 + 40x^2 + 16$
3. $x^2 + 7x + 12$
4. $1 + a^{10} - 2a^5$

5. $1 + 49m^2 - 14m$
6. $y^2 + 15y + 50$
7. $121 + 198x^6 + 81x^{12}$
8. $x^2 - 2x - 168$
9. $a^4b^4 + 25c^6 - 10a^2b^2c^3$
10. $y^2 - 30y - 675$
11. $1 + \frac{2b}{3} + \frac{b^2}{9}$
12. $x^2 + x - 380$
13. $16a^6 - 24a^3 + 9$
14. $x^4 - 18x^2 + 81$
15. $m^2 + 42m + 432$
16. $y^2 + y + \frac{1}{4}$
17. $\frac{1}{25} + \frac{25x^4}{36} - \frac{x^2}{3}$
18. $y^2 + 17y + 72$
19. $-40x + x^2 + 300$
20. $16x^6 - 2x^3y^2 + \frac{y^4}{16}$
21. $a^2 - 66a + 1080$
22. $m^2 + 20m - 300$
23. $\frac{x^2}{4} - \frac{xy}{3} + \frac{y^2}{9}$
24. $x^2 + x - 132$
25. $28 + a^2 + 29a$
26. $16 - 104x^2 + 169x^4$
27. $x^2 + 24x + 135$
28. $x^6 + x^3 - 930$
29. $100x^{10} - 60a^4x^5y^6 + 9a^8y^{12}$
30. $x^2 + 12x - 364$
31. $m^2 + 33 - 14a$
32. $a^2 - 24am^2x^2 + 144m^4x^4$
33. $y^2 + 50y + 336$
34. $\frac{n^2}{9} + 2mn + 9m^2$
35. $x^2 - 2x - 528$
36. $x^2 + 15x + 56$
37. $400x^{10} + 40x^5 + 1$
38. $c^2 - 4c - 320$
39. $x^8 + x^4 - 240$
40. $12 - 8n + n^2$
41. $m^2 - 8m - 1008$
42. $x^4 - 32x^2 - 105$
43. $m^2 - 12m + 11$