

FACTORIZACIÓN

INDICADOR DE LOGRO

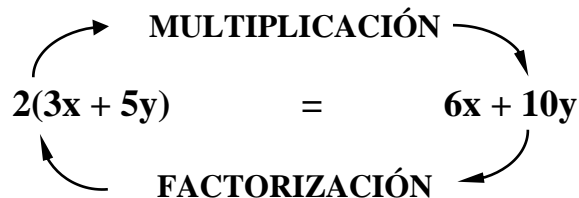
1. *Identifica y resuelve correctamente los métodos de factor común monomio, factor común polinomio y factor común por agrupación utilizando sus reglas y procedimientos.*

Al igual que los productos notables, la factorización es un tema muy importante en el desarrollo de posteriores cursos de matemática. La misma, es muy útil en numerosas aplicaciones matemáticas, pues nos permite escribir expresiones algebraicas complicadas en forma de producto de polinomios más simples.

Al expresar un polinomio como el producto indicado de otros polinomios, donde cada polinomio del producto es un factor del polinomio original, se dice que se ha realizado un proceso de **factorización**.

CONCEPTO

La **Factorización** es una técnica matemática que consiste en transformar una expresión algebraica en el producto de sus factores. Luego entonces, hallar el producto y descomponerlo en factores primos son dos procesos inversos.



Cuando factorizamos, debemos entender que la descomposición que se efectúa debe ser la más completa posible, es decir, hasta que todos sus factores sean primos entre sí.

PRUEBA GENERAL DE LOS FACTORES

En todos los casos de factorización que estudiaremos, la prueba general de los factores consiste en multiplicar los factores primos que se obtienen, y ese producto tiene que ser igual a la expresión factorizada. Esta prueba funciona como comprobación de la factorización.

1. FACTOR COMÚN MONOMIO

Existe **factor común** cuando una misma cantidad (número y/o letra) está presente en todos los términos de la expresión a factorizar.

Para obtener el factor común monomio debemos seguir los siguientes pasos:

- ✓ Extraer el máximo común divisor numérico.
- ✓ Colocar la variable que está en todos los términos con el menor exponente.

- ✓ Luego, que obtenemos lo descrito anteriormente, procedemos a dividir cada término del polinomio entre el factor común y se escribe la multiplicación del máximo común divisor y el cociente obtenido al dividir cada término del polinomio entre el máximo común divisor numérico y/o literal.

Ejemplos:

Descomponer en factores primos:

$$ax - bx = x(a - b)$$

Diagram illustrating the factoring process for $ax - bx = x(a - b)$. A box labeled "FACTOR COMÚN 'x'" has arrows pointing to the x in the original expression and the x in the factored expression. A box labeled "primer factor" has an arrow pointing to the $(a - b)$ term in the factored expression. A box labeled "segundo factor" has an arrow pointing to the x term in the factored expression.

- ✓ $8m^2 - 6n^3 = 2(4m^2 - 3n^3)$
- ✓ $10b - 30ab^2 = 10b(1 - 3ab)$
- ✓ $4x^3 - 8x^2 = 4x^2(x - 2)$
- ✓ $10x^3 + 5x^2 + 20x = 5x(2x^2 + x + 4)$
- ✓ $16a^3 - 24a^2 + 32a - 8 = 8(2a^3 - 3a^2 + 4a - 1)$
- ✓ $63a^4b - 84a^3b^2 + 42a^2b^3 = 21a^2b(3a^2 - 4ab + 2b^2)$

Importante: El máximo común divisor literal será la parte literal que contenga el exponente de menor valor.

Ahora intenta resolver estos ejercicios:

- ✓ $3x^2 - 5x = x(\underline{\quad} \square 5)$
- ✓ $-5x^2 - 15x^4 = \square \underline{\quad} (1 + \underline{\quad})$
- ✓ $4a^2 - 6a^3 + 2a = 2a(\underline{\quad} \square 3a^2 + \underline{\quad})$
- ✓ $2ax + 12bx + 22cx = \underline{\quad} (a + \underline{\quad} + 11c)$
- ✓ $75x^3y^4 - 125x^4y^3 + 25x^3y^3 = \underline{\quad} (\underline{\quad} \square \underline{\quad} \square \underline{\quad})$

2. FACTOR COMÚN POLINOMIO

Para factorizar un polinomio en que el factor común es otro polinomio, el procedimiento es similar al aplicado para el factor común monomio, excepto que en este caso el factor común será un polinomio. En algunos casos será necesario ordenar y/o agrupar términos.

Ejemplos:

$$\checkmark \quad \underbrace{a(x+y)}_{\text{factor polinomio}} - \underbrace{b(x+y)}_{\text{factor polinomio}} = \mathbf{(x+y)}(a-b)$$

$$\checkmark \quad \underbrace{2x(x+1)}_{\text{factor polinomio}} + \underbrace{3y(x+1)}_{\text{factor polinomio}} = \mathbf{(x+1)}(2x+3y)$$

$$\begin{aligned} \checkmark \quad & p-1 + 2(p-1) + y(p-1) && \text{Paso a Paso} \\ & = (p-1) + 2(p-1) + y(p-1) && \text{Agrupando los dos primeros términos.} \\ & = \mathbf{(p-1)}(1+2+y) && \text{Extrayendo el factor común polinomio.} \\ & = \mathbf{(p-1)}(3+y) && \text{Reduciendo términos semejantes.} \end{aligned}$$

Intenta resolver los siguientes ejercicios:

$$\checkmark \quad 4x(m-n) + 5y(m-n) = (_\ \square __)(__ + 5y)$$

$$\begin{aligned} \checkmark \quad 2(m-n) + 3(m-n) - 3b(m-n) &= (_\ \square __)(2 + __ \square __) \\ &= (_\ \square __)(__ \square __) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \checkmark \quad x(a+2) - a - 2 + 3(a+2) &= x(a+2) \square (a+2) + 3(a+2) \\ &= (a+2)(x \square __ \square __) \\ &= (a+2)(x \square __) \end{aligned}$$

3. FACTOR COMÚN POR AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS

Cuando no todos los términos de una expresión algebraica tienen un mismo factor común podemos utilizar la **agrupación de términos**; lo cual consiste en agrupar igual cantidad de términos en paréntesis, separados por el signo de más, de tal forma que cada paréntesis contenga un factor común. Luego aplicamos la factorización por factor común en cada uno de los paréntesis, y posteriormente, si es posible, aplicamos el factor común polinomio.

Ejemplos:

Descomponer utilizando el factor común por agrupación de términos:

$$\begin{aligned} \checkmark \quad & 5n - 2n^2 - 15m + 6mn && \text{Paso a Paso} \\ & (5n - 2n^2) + (-15m + 6mn) && \text{Se agrupan dos a dos los términos del polinomio que} \\ & && \text{tienen factor común.} \\ & n(5 - 2n) - 3m(5 - 2n) && \text{Se aplica factor común monomio a cada paréntesis.} \\ & (5 - 2n)(n - 3m) && \text{Se aplica factor común polinomio.} \end{aligned}$$

$$\checkmark 2xy + xz - 6y - 3z$$

$$(2xy + xz) + (-6y - 3z)$$

$$x(2y + z) - 3(2y + z)$$

$$(2y + z)(x - 3)$$

Paso a Paso

Se agrupan dos a dos los términos del polinomio que tienen factor común.

Se aplica factor común monomio a cada paréntesis.

Se aplica factor común polinomio.

En ocasiones es posible efectuar otro tipo de asociación de términos y de igual manera se llega a la respuesta. Resolvamos el ejercicio anterior efectuando otro tipo de agrupación.

$$2xy + xz - 6y - 3z$$

$$(2xy - 6y) + (xz - 3z)$$

$$2y(x - 3) + z(x - 3)$$

$$(x - 3)(2y + z)$$

$$\checkmark 2ax + 2bx - ay + 5a - by + 5b$$

$$(2ax - ay + 5a) + (2bx - by + 5b)$$

$$a(2x - y + 5) + b(2x - y + 5)$$

$$(2x - y + 5)(a + b)$$

Paso a Paso

Agrupo los términos que tienen factor común.

Aplico el factor común monomio de cada grupo.

Aplico el factor común polinomio.

Ahora intenta resolver estos ejercicios:

$$\checkmark 8a^3 + 8a^2 + a + 1$$

$$= (__ \square 8a^2) + (a \square __)$$

$$= 8a^2(__ \square __) + (a + 1)$$

$$= (__ \square __) (__ \square __)$$

$$\checkmark x^2y^2 - 3xy^2 - 4x + 12$$

$$= (x^2y^2 \square __) + (-4x \square __)$$

$$= __ (__ \square __) \square __ (x \square __)$$

$$= (__ \square __) (__ \square __)$$

Ahora, intenta resolver el ejercicio efectuando una asociación de términos diferente a la planteada.



PRÁCTICA #7

En el siguiente listado de expresiones algebraicas, clasifique las mismas en Factor Común Monomio, Factor Común Polinomio o Factor Común por Agrupación. Coloque 1, 2 o 3 como sea el caso.

1. F. Común Monomio

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad x^2 - a^2 + x - a^2x$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad x(a + 2) - a - 2 + 3(a + 2)$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad 4m^3 - m^2$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad (a + 3)(a + 1) - 4(a + 1)$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad 48xy^2 - 96x^2 + 144$$

2. F. Común Polinomio

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad 6ab + 3a + 1 + 2b$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad (x + 2)(x - 1) - (x - 1)(x - 3)$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad c^3 + c^5 - c^7 - c^9$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad 2a^2 + 15b + 5ab + 6a$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad 9m^3n^2 - 27mn^3$$

3. F. Común por Agrupación**PRÁCTICA #8**

Factorizar o descomponer en factores los siguientes polinomios:

1. $x^2 + xy$

2. $5a + 10b^2$

3. $68ab^2 + 51a^2c - 34ac^2$

4. $7(x + y) - 5(x + y) + 8(x + y)$

5. $21x^2 - 9xy + 35xz - 15zy$

6. $a^2x^2 - 3bx^2 + a^2y^2 - 3by^2$

7. $am - 3a + 2b(m - 3) + 3c(3 - m)$

8. $45m^2 - 75m + 15m^4$

9. $4h^2 - 5hd + 8hp - 10dp$

10. $-8x^3 - 24x^5 - 48x$

11. $x^3 + 2x^2 - 10x - 20$

12. $14x^3 - 28x^2y^2 + 56x^4$

13. $16x^2 - 3x^4 + 8x^3 - 4x^2$

14. $4am^3 - 12amn - m^2 + 3n$

15. $3a^2b + 6ab - 5a^3b^2 + 8a^2bx + 4ab^2n$

16. $(1 + 3a)(x + 1) - 2a(x + 1) + 3(x + 1)$

17. $62m^3n^2 - 93m^2n^3 + 124m^2n$

18. $3a^4 - 4a^3 + 5a^2$

19. $3m - 2n - 2nx^4 + 3mx^4$

20. $n^2x - 5a^2y^2 - n^2y^2 + 5a^2x$

21. $2y(a - 1) - 3a(a - 1)$

22. $6mx + 6by - 4my - 9bx$

23. $x + z^2 - 2ax - 2az^2$

24. $3ax - 6ay + 2bx - 4by$

25. $3y(x + y + z) - x - y - z$

26. $4x^3 - 1 - x^2 + 4x$

27. $6m - 9n + 21nx - 14mx$

28. $2ax - 5bx - 2by + 8ay$

29. $x^3(x - 1) + 1 - x$

30. $8y^3 + 8y^2 + y + 1$

31. $4m^3x - 12mx - m^2 + 3$

32. $5n^2x + 5x - 3n^2y - 3y$

33. $2m^2 + 6m - 5mk - 15k$

34. $7a^6 - 14a^4 + 21a^3 - 35a^2$