

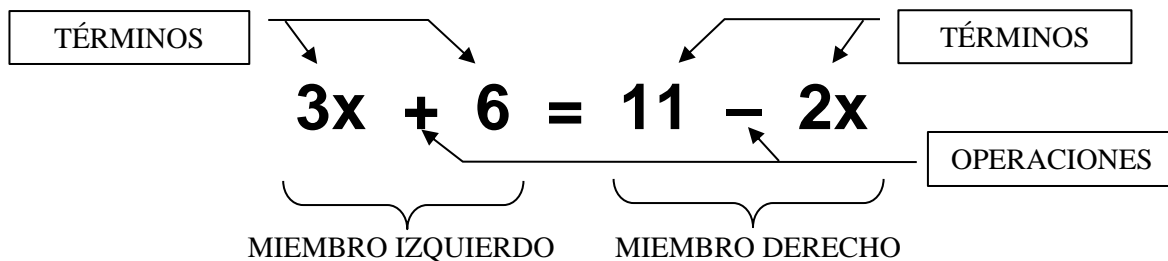
# ECUACIONES LINEALES

## CONCEPTOS

**IGUALDAD:** Es la expresión en que dos cantidades o expresiones algebraicas tienen el mismo valor; es decir, es una equivalencia entre dos cantidades o expresiones algebraicas.

**ECUACIÓN:** Es una igualdad que está integrada por valores conocidos (constantes) y desconocidos (literales) llamados incógnitas, relacionados mediante operaciones matemáticas y que solo se verifica para determinados valores de las incógnitas.

Los elementos de una ecuación son: miembros, términos, grado, raíz o solución de una ecuación.



En el ejemplo anterior, podemos observar los valores **constantes 6 y 11**; así como **valores literales  $3x$  y  $2x$**  (donde  $x$  es la incógnita).

El grado de la ecuación se determina por el **mayor valor** que posee la incógnita como exponente, por tal razón a las **Ecuaciones Lineales** también se les conoce como **Ecuaciones de Primer Grado**.

Este tipo de ecuaciones solo tienen una raíz o solución (valor que satisface la ecuación).

Las ecuaciones se clasifican en: numéricas, literales, enteras, fraccionarias e irracionales.

## RESOLUCIÓN DE ECUACIONES LINEALES

Para resolver una ecuación de primer grado con una incógnita, se efectúan los siguientes pasos.

1. Se ordena la ecuación, para lo que se trasponen los términos de modo que todos los que contienen a la incógnita queden en el miembro izquierdo y los independientes en el derecho.
2. Se efectúan las operaciones indicadas en cada miembro para reducir los términos semejantes.
3. En caso que la incógnita quede afectada por un coeficiente distinto de uno, se dividen ambos miembros de la ecuación por dicho coeficiente (incluido el signo), quedando así determinada la raíz.

\*\*\* La **transposición de términos** es el proceso de traslación de una cantidad o término de un miembro de la ecuación al otro, el cual pasaría a efectuar la operación inversa. Así, podemos decir que la operación inversa a la adición es la sustracción y que la inversa a la multiplicación es la división.

**Ejemplo 1:**

Determine la solución de:

$$5x - 14 + 3x = 18x - 4$$

$$5x + 3x - 18x = -4 + 14$$

$$8x - 18x = 10$$

$$-10x = 10$$

$$\frac{-10x}{-10} = \frac{10}{-10}$$

$$x = -1$$

**Paso a Paso**

**PASO 1.** Se trasponen los términos de modo que todos los que contienen a la incógnita queden en el miembro izquierdo y los independientes en el miembro derecho, al trasponer términos de un miembro a otro, a estos se le cambiará el signo.

**PASO 2.** Se reducen los términos semejantes en ambos miembros.

**PASO 3.** En caso tal que la incógnita quede afectada por un coeficiente **distinto de 1 positivo**, éste dividirá ambos miembros **sin cambiarle el signo**.

**PASO 4.** Efectuando las operaciones, queda determinada la raíz o solución.

**Ejemplo 2:**

Determine la solución de:

$$8y + 5y + 5 = 20 + 6y + 6$$

$$8y + 5y - 6y = 20 + 6 - 5 \quad \text{Trasponer términos de un miembro a otro.}$$

$$13y - 6y = 26 - 5 \quad \text{Reducir términos semejantes de igual signo en ambos miembros.}$$

$$7y = 21 \quad \text{Reducir términos semejantes de distinto signo en ambos miembros.}$$

$$\frac{7y}{7} = \frac{21}{7} \quad \text{Dividir en ambos miembros por el coeficiente de la incógnita.}$$

$$y = 3 \quad \text{Determinar la raíz o solución de la ecuación.}$$

**Paso a Paso**

\*\*\* Para **comprobar** que la solución es la correcta, basta con reemplazar la misma en la ecuación original, realizar las operaciones indicadas y verificar que la igualdad se cumple.

Complete el proceso para resolver la siguiente ecuación siguiendo los pasos indicados en los ejemplos anteriores.

$$9y - 4y - 6 = 24 - 8y - 17$$

**Paso a Paso**

$$9y - 4y \square \quad = 24 - 17 \square \quad \text{Trasponer términos de un miembro a otro cambiándole signo.}$$

$$\quad - 4y = \quad - 17 \quad \text{Reducir términos semejantes de igual signo en ambos miembros.}$$

$$\quad y = \quad \quad \text{Reducir términos semejantes de distinto signo en ambos miembros.}$$

$$\frac{\quad}{13} y = \frac{\quad}{13} \quad \text{Dividir en ambos miembros por el coeficiente de la incógnita.}$$

$$y = \quad \quad \text{Determinar la raíz o solución de la ecuación.}$$

## ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON SIGNOS DE AGRUPACIÓN y/o PRODUCTOS INDICADOS.

Para resolver una ecuación de primer grado con signos de agrupación, es necesario recordar las reglas de la supresión de paréntesis.

- ✓ Para suprimir signos de agrupación precedidos del signo más ( + ) se deja el mismo signo que tengan a cada una de las cantidades que se hallan dentro de él.
- ✓ Para suprimir signos de agrupación precedidos del signo menos ( - ) se cambia el signo a cada una de las cantidades que se hallan dentro de él.

### Ejemplo 1:

Determine la solución de:

$$x + (2x + 1) = 8 - (3x + 3)$$

### Paso a Paso

$$x + 2x + 1 = 8 - 3x - 3$$

Suprimir paréntesis en ambos miembros.

$$x + 2x + 3x = 8 - 3 - 1$$

Transponer términos a ambos miembros.

$$6x = 8 - 4$$

Reducir términos semejantes de igual signo.

$$6x = 4$$

Reducir términos semejantes de diferente signo.

$$\frac{6x}{6} = \frac{4}{6}$$

Dividir en ambos miembros por el coeficiente de x.

$$x = \frac{2}{3}$$

Determinar la raíz o solución de la ecuación.

En el caso de que aparezcan distintos signos de agrupación (llaves, corchetes, paréntesis o barra horizontal), el proceso de eliminación de los mismos es igual al estudiado para polinomios. Se empieza a partir de los signos más internos hasta los externos, recordando utilizar la ley de signos.

### Ejemplo 2:

Determine la solución de:

$$x - [-2x - (x - 1)] = x + (-3x + 11)$$

### Paso a Paso

$$x - [-2x - x + 1] = x - 3x + 11$$

Suprimir paréntesis circulares en ambos miembros de la ecuación.

$$x + 2x + x - 1 = x - 3x + 11$$

Suprimir el corchete o paréntesis cuadrado.

$$x + 2x + x - x + 3x = 11 + 1$$

Transponer términos a ambos miembros.

$$7x - x = 12$$

Reducir términos semejantes de igual signo en ambos miembros.

$$6x = 12$$

Reducir términos semejantes de diferente signo.

$$\frac{6x}{6} = \frac{12}{6}$$

Dividir en ambos miembros por el coeficiente de x.

$$x = 2$$

Determinar la raíz o solución de la ecuación.

Resolver la ecuación con signos de agrupación completando el siguiente proceso:

$$-[-9y + (4y + 6)] = \{-[-24 - (-8y - 4)]\}$$

$$-[-9y \square \square \square] = \{-[-24 \square \square \square]\} \quad \text{Suprimir paréntesis circulares.}$$

$$\square - 4y \square \square = \{24 \square \square - 4\} \quad \text{Suprimir paréntesis corchetes.}$$

$$9y - 4y - 6 = \square \square \square \quad \text{Suprimir paréntesis llaves.}$$

$$9y - 4y \square \square = 24 - 4 \square \square \quad \text{Transponer términos a ambos miembros.}$$

$$\square - 4y = \square - 4 \quad \text{Reducir términos semejantes de igual signo.}$$

$$\square y = \square \quad \text{Reducir términos semejantes de diferente signo.}$$

$$\square = \frac{\square}{13} \quad \text{Dividir en ambos miembros por el coeficiente de x.}$$

$$y = \square \quad \text{Determinar la raíz o solución de la ecuación.}$$

Para resolver una **ecuación de primer grado con productos indicados**, es necesario recordar lo que aprendimos sobre multiplicación de polinomios y productos notables.

- ✓ Si un factor (positivo o negativo) precede a un signo de agrupación, el factor multiplica a cada uno de los términos que contiene el signo de agrupación, así:

$$5(3x - 5 - 2x) \rightarrow 15x - 25 - 10x$$

$$-7(2x - 3 - 4x) \rightarrow -14x + 21 + 28x$$

- ✓ Si dos polinomios se multiplican entre sí, debemos tomar cada término del primer polinomio y multiplicarlo por cada término del segundo polinomio, así:

$$(3x - 5)(2x - 2) \rightarrow 6x^2 - 10x - 6x + 10$$

- ✓ Si dos polinomios se multiplican, podemos aplicar las reglas de productos notables, para obtener el resultado más rápido, he aquí las más utilizadas:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$(mx + a)(nx + b) = mnx^2 + (an + bm)x + ab$$

### Ejemplo 3:

Resolver:

$$(m + 3)^2 - 2m(1 + m) = m(2 - m)$$

**Paso a Paso**

$$m^2 + 6m + 9 - 2m - 2m^2 = 2m - m^2 \quad \text{Resolver el binomio al cuadrado y los productos indicados}$$

$$m^2 + 6m - 2m - 2m^2 - 2m + m^2 = -9$$

Transponer términos a ambos miembros.

$$2m^2 - 2m^2 + 6m - 4m = -9$$

Reducir términos semejantes de igual signo.

$$2m = -9$$

Reducir términos semejantes de diferente signo.

$$m = -\frac{9}{2}$$

Dividir en ambos miembros por el coeficiente de x.

Resuelva la ecuación con productos indicados completando el siguiente proceso:

$$-[(2y - 3)(4y + 6)] = 4 + \{-8y^2 + [-12 - (y - 2)]\}$$

$$-[\square - 18] = 4 + \{-8y^2 + [-12 \square \square + 2]\} \quad \text{Multiplicar y suprimir paréntesis ( ).}$$

$$\square \square + 18 = 4 + \{-8y^2 - 12 \square \square + 2\} \quad \text{Suprimir paréntesis corchetes.}$$

$$\square \square + 18 = 4 \square \square - 12 \square \square + 2 \quad \text{Suprimir paréntesis llaves.}$$

$$\square \square + 8y^2 \square \square = 4 - 12 + 2 \square \square \quad \text{Transponer términos a ambos miembros.}$$

$$\square \square = \square \square \square \square \quad \text{Reducir términos semejantes de igual signo.}$$

$$y = \square \square \quad \text{Reducir términos semejantes de diferente signo.}$$

### **PRÁCTICA #15**

**Resuelva las siguientes ecuaciones de primer grado con una incógnita.**

- |                                       |                       |
|---------------------------------------|-----------------------|
| 1. $5x + 6 = 10x + 5$                 | Resp.: $\frac{1}{5}$  |
| 2. $36 - 6y = 34 - 4y$                | Resp.: 1              |
| 3. $7y + 13 = 13y + 12$               | Resp.: $\frac{1}{6}$  |
| 4. $9x - 45 + 4x - 16 = 4$            | Resp.: 5              |
| 5. $10x + 5x - 1 = 65x - 36$          | Resp.: $\frac{7}{10}$ |
| 6. $8x - 9x + 15 = 12x - 180$         | Resp.: 15             |
| 7. $2z - 3 + z - 35 = 2 - 9z - 4$     | Resp.: 3              |
| 8. $2y - 6 - 12y + 15 = 17 - 8y$      | Resp.: -4             |
| 9. $8x + 9 - 12x = 4x - 12 - 5x$      | Resp.: 7              |
| 10. $4y - 8 + 15y + 10 = 20y + 9 - 5$ | Resp.: -2             |

**Resuelva las siguientes ecuaciones de primer grado con paréntesis y productos indicados.**

- $(3x - 8) - (x - 3) = 4$
- $8(x - 1) + 6(2 - x) = 8x$
- $x + 3(x - 1) = 6 - 4(2x + 3)$
- $(x - 3)^2 - (x - 3)(x + 4) = -7$
- $4y - \{2y - [3y - 5] - 4\} = 1$

6.  $4(m - 1)^2 - (4m + 6)(m - 4) = -2$
7.  $4x + (3x - 2) - (2x + 5) = -(3 - x)$
8.  $y - [5 + 3y - \{5y - (6 + y)\}] = -3$
9.  $2(x + 9) - (3x - 4) = -7(-2x + 1) + 4$
10.  $-\{-[-(3m + 6) + 4]\} = -(-7m - 5)$
11.  $3(x + 1) + 4(3x + 3) = x(x + 6) + x(4 - x)$
12.  $x^2 - \{3x + [x(x + 1) + 4(x^2 - 1) - 4x^2]\} = 0$
13.  $5m - [2m - (4m - 8)] = 3m + [-4 + (6m - 5)]$
14.  $3x(x - 3) + 5(x + 7) - x(x + 1) - 2(x^2 + 7) + 4 = 0$
15.  $(3x - 7)^2 - 5(2x + 1)(x - 2) = -x^2 - [-(3x + 1)]$
16.  $7x - [4x - (3x + 2)] = 4x - \{-2x - [4x - (2x - 1)]\}$
17.  $3(2x + 1)(-x + 3) - (2x + 5)^2 = -\{-[-3(x + 5)] + 10x^2\}$
18.  $5m + [-2m + (-m + 6)] = 18 - [-(7m + 6) - (3m - 24)]$
19.  $(x + 3)(2x - 5) - 3(7 - x) = 2(x + 6)(x - 6) + x$
20.  $(2x + 4)^2 - (x + 5)(x - 7) = 3(x + 1)(x - 1)$
21.  $-2x(x + 2) - (x + 4)(x - 1) = -3(x - 2)(x - 1)$

**“En la vida real, te lo aseguro, no hay algo como el álgebra”.** Fran Lebowitz.